

Geometriai gyakorló feladatok

Tóber Ernő

December 2023

1. Egy derékszögű háromszög kerülete 40 egység, a két befogó összege 6-tal nagyobb, mint az átfogó. Mekkora a háromszög oldalai?
2. A derékszögű háromszög egyik befogója 15 egység, az átfogó és a másik befogó összege 25 egység. Határozzuk meg a háromszög oldalait, szögeit és területét.
3. Egy derékszögű háromszög befogóinak különbsége 4 egység, a háromszög kerülete 45 egység. Mekkora a háromszög oldalai és szögei?
4. Egy derékszögű háromszög területe 140 terület egység, a három oldal mértékszámának szorzata 97440. Határozzuk meg a háromszög oldalait.
5. Egy derékszögű háromszög kerülete 70 egység, befogóinak szorzata 420. Számítsuk ki az oldalak hosszát!
6. Egy derékszögű háromszög kerülete 132 egység, az oldalak négyzeteinek összege 6050. Mekkora az oldalai, szögei és a területe?
7. Valamely derékszögű háromszög egyik befogója 369 egység, beírható körének sugara 117 egység. Mekkora a háromszög oldalai és szögei?
8. Egy folyó partjától 45 méter távolságra van egy 20 méter magas torony, melynek 18 méter magasan lévő ablakából a folyó két szemközti partja 12^0 alatt látszik. Milyen széles a folyó?
9. Egy háromszög legkisebb oldala 12 egység és a három oldal aránya $3 : 4 : 5$. Mekkora a háromszög szögei?
10. Egy háromszög oldalaira $a^2 + b^2 = 4$, $a^2 - b^2 = 2$, $b : c = 1 : 2$. Határozzuk meg a háromszög oldalait, szögeit, területét és beírható körének sugarát.
11. Adott egy háromszög két oldala: $b = 26$, $c = 22$ egység, a harmadik oldalhoz tartozó súlyvonal $s_a = 13,416$ egység. Határozzuk meg a hiányzó oldalt és számítsuk ki a szögeit.
12. Az a befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszögbe minden lehetséges módon írjunk négyzeteket. Számítsuk ki a négyzet oldalát.

13. Három kör közül mindegyik átmegy a másik kettő középpontján. Mekkora a három kör közös részének a területe?
14. Adottak egy derékszögű háromszög befogói: $a = 3, 6$, $b = 4, 5$. Számítsa ki a szögfelezők hosszát.
15. Adott a derékszögű háromszög beírható körének sugara: $r = 65$ egység, az átfogóhoz tartozó magasság 154 egység. Mekkora a háromszög oldalai?
16. Adott az egyenlő szárú háromszög alapja $a = 12$ egység, a köré írható kör sugara $r = 6, 25$ egység. Számítsa ki a szárát, a szögeket és a háromszög területét.
17. Egy háromszög oldalai: $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$ egység. Mekkora annak a körnek a sugara, amelynek középpontja a c oldalon van és érinti a másik két szárát?
18. Valamely háromszög oldalaira: $a + b + c = 123$, $b + c = 78$,
 $a + c = 85$. Számítsuk ki a háromszög szögeit, területét és beírható körének sugarát.
19. Valamely háromszögben egyik oldal úgy aránylik a hozzá tartozó magassághoz, mint $10 : 3$, a másik két oldal szorzata 482, a háromszög területe 240 terület egység. Számítsuk ki a háromszög oldalait és szögeit.
20. Egy hegyesszögű háromszögben $a + b = 13$, $a^2 + b^2 = 89$, és a háromszög területe $T = 19$ terület egység. Mekkora a háromszög oldalai és szögei?
21. Egy háromszög oldalai az alábbi egyenletrendszer gyökei:

$$\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y} + \frac{4}{z} = \frac{43}{60} \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{47}{60} \end{cases}$$

Számítsuk ki a háromszög szögeit és területét.

22. Egy háromszög területe $t = 3$ területegység; egyik oldala $a = 1,5$ egység; a beírható körének sugara $r = 0,5$ egység. Számítsa ki a hiányzó oldalakat, szögeket, valamint az oldalakat kívülről érintő körök sugarát.
23. Egy háromszög oldalai egymást követő természetes számok. A terület mértékszám a kerület mértékszámának kétszerese. Mekkora a háromszög oldalai?
24. Egy háromszög oldalai: $x^2 + x + 1$, $2x + 1$, $x^2 - 1$, ahol $x > 1$. Bizonyítsuk be, hogy a háromszögnek van 120° -os szöge. Számítsuk ki a másik két szöget is, ha $x = 4,5$.
25. Adott az ABC háromszögben $BC = 17$; $ABC\angle = 54^\circ$; a beírható kör sugara $r = 3,5$. Számítsuk ki a hiányzó oldalakat és szögeket.
26. Ismeretes, hogy valamely háromszögben $a = 126$, $b + c = 586$ és az A csúcsnál lévő szög felezőjének hossza 285 egység. Számítsuk ki az ismeretlen oldalakat és szögeket.
27. a) Ismeretes egy háromszög három magassága: $m_1 = 24$, $m_2 = 27$, $m_3 = 32$. Számítsuk ki a háromszög területét az oldalak és szögek kiszámítása nélkül.
- b) Ismeretes egy háromszög három magassága: $m_1 = 24$, $m_2 = 27$, $m_3 = 32$. Számítsuk ki a háromszög területét, szögeit és oldalait.
28. Az $ABCD$ négyszögben $AB : BC : CD : DA = 9 : 8 : 7 : 6$; a négyszög területe 225 területegység és $BAD\angle = 72^\circ 36' 18''$. Mekkora a négyszög oldalai és szögei?
29. A kör kerületét négy pont $1 : 2 : 3 : 4$ arányban oszt. Mekkora az osztópontok által meghatározott négyszög területe, ha a kör átmérője 10 egység.
30. Egy háromszög oldalai 13 , 14 és 15 egység. Tekintsük a háromszög köré írható kört. Számítsuk ki a háromszög oldalai által levágott kör-szeletek területét.

31. Egy R sugarú körbe írt szabályos ötszög oldala a , ugyanezen körbe írt szabályos tízszög oldala a_1 . A szabályos sokszögek beírt körének sugara r , illetve r_1 . Bizonyítsuk be, hogy $a^2 - a_1^2 = R^2$ és $\frac{a}{r} + \frac{a_1}{r_1} = \frac{2R}{r_1}$.
32. Bizonyítsuk be, hogy ha egy húrnégyszög egyben érintőnégyyszög is, akkor a területe az oldalak szorzatának négyzetgyökével egyenlő.
33. A húrnégyszög átlóit számítsuk ki az oldalak segítségével.
34. A háromszög beírható körének sugara r , az oldalakat kívülről érintő (úgynevezett) hozzáírt körök sugarai r_a, r_b, r_c és a köré írt kör sugara R . Bizonyítsuk be, hogy $r_a + r_b + r_c - r = 4R$.
35. Az ABC háromszögben adott $AB = 12$ egység, a hozzá tartozó magasság 8 egység. Az AB -vel párhuzamos PQ szakasszal a háromszöget CPQ háromszögre és $ABPQ$ trapézra bontottuk, ezek területe rendre t_1 és t_2 , amelyekre $t_1 : t_2 = 7 : 9$. Mekkora a PQ szakasz és milyen távol van AB -től?

A feladatsort elektronikusan feldolgozta és a Matematikai Tehetségekért Alapítvány honlapján elérhetővé tette: dr. Pintér Ferenc, elnök.