

## Logaritmiikus egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség - rendszerek

1. Melyik nagyobb:

$$\log_{x^2+y^2}(x+y) \geq 1 \quad (\log_2 5)^2 \quad \text{vagy} \quad \log_2 20 ?$$

2. Bizonyítsuk be, hogy

$$6 \lg^2 6 > 25(\lg 2) \cdot \lg 3$$

3. Bizonyítsuk be, hogy

$$\lg 1 - \lg 2 + \lg 3 - \lg 4 + \dots + \lg 99 - \lg 100 < -1$$

4. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket:

$$4x + \log_2 9 > \log_2(9 \cdot 2^{2x+1} - 5), \quad x \in \mathbb{R}^+$$

5. 
$$\log_2 \log_4 x + \log_4 \log_2 x \leq 2$$

6. 
$$[\lg(x+1)]^4 - 4[\lg(x+1)]^2 + 3 \leq 0$$

7. 
$$2 \log_{\frac{1}{3}}(\log_2 x) > \log_{\frac{1}{3}}(6 - \log_2 x)$$

8. 
$$\log_{\frac{1}{2}}(4-x) \geq \log_{\frac{1}{2}} 2 - \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$$

9. 
$$(x^2 + 13,3x + 44,1) \sqrt{\log_{0,3}|x+6|} \geq 0$$

10. 
$$\log_3(1+x) > [1 - \log_x(1-x)] \cdot \log_3 x$$

11. 
$$\sqrt{2 + \log_x 9} \cdot \log_{\frac{1}{3}} x < 2$$

12. 
$$\log_a x + \log_a(x-2) > 1$$

13. 
$$\log_a^2(x^{\sqrt{x}}) > \log_a(a^{4x} \cdot x^{3x}), \text{ ahol } a > 1$$

14. 
$$\log_{2x+4}(x^2 - x) > 1$$

15. 
$$\log_{x+1}(2x^2 - 3x + 1) \leq 2$$

16. 
$$\log_x 3 \leq \log_{2x+3} 9$$

17. 
$$\log_{2-x} \frac{3-x}{4-x} \leq 1$$

18. 
$$\log_{x+2}(x^2 - 2x + p) \geq 2$$

19. 
$$\frac{1}{\log_5(3-2x)} - \frac{1}{4 - \log_5(3-2x)} < 0$$

$$20. \quad \frac{\sqrt{2-x^2+2x+x-2}}{\log_3(2,5-x)+\log_3 2} \leq 0$$

21. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenség-rendszert:

$$\left. \begin{aligned} 3^{2x+y-1} + 4 \cdot 3^{2x-1} &\leq 2 \\ 4x + y &\geq 2 - \log_3 4 \end{aligned} \right\}$$

22. Határozzuk meg mindazon  $(x;y)$  valós számpárokat, amelyek kielégítik az alábbi egyenlőtlenség-rendszert:

$$\left. \begin{aligned} \log_{2-x}(2-y) &> 0 \\ \log_{4-y}(2x-2) &> 0 \end{aligned} \right\}$$

23. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenség-rendszert:

$$\left. \begin{aligned} \log_{x-1}(5-y) &< 0 \\ \log_{2-y}(4-x) &< 0 \end{aligned} \right\}$$

24. Oldjuk meg az egyenlőtlenség-rendszert:

$$\left. \begin{aligned} 2^{|x^2-2x-3|-\log_2 3} &= 3^{-y-4} \\ 4|y| - |y-1| + (y+3)^2 &\leq 0 \end{aligned} \right\}$$

25. Mindazon  $(x;y)$  számpárok közül, amelyek a

$$\log_{x^2+y^2}(x+y) \geq 1$$

egyenlőtlenséget kielégítik, keressük meg azt, amelyre az  $y$  a legnagyobb.

A feladatsort összeállította: dr. Tóber Ernő Nagykanizsán, 1990. december 5-én.